INGEGRAF

XVI CONGRESO INTERNACIONAL
DE INGENIERÍA GRÁFICA

EL MEDIO COMPUTACIONAL COMO MATERIAL DIDÁCTICO EN LA ENSEÑANZA GRÁFICO-VISUAL

LÓPEZ, Roberto; ANIDO, Mercedes

Universidad Nacional de Rosario, Argentina
Facultad de Ciencias Exactas, Agrimensura e Ingeniería, Departamento de Ciencias Básicas
Correo electrónico: anidom@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN

La Geometría como componente estructural tiene un papel fundamental en el tratamiento del espacio, sus relaciones, su representación; y una importancia incuestionable tanto por sus aplicaciones prácticas en el diseño y graficación, como por su rol formador de un pensamiento lógico deductivo. Especialmente cabe destacar la relevancia, en el desarrollo tecnológico, del estudio y conocimiento de las superficies geométricas como modelos y constituyentes del diseño a escala industrial y artística Una variedad de estudios y nuestra experiencia directa, revelan que el conocimiento de la Geometría demostrado no solo por los estudiantes sino "incluso por graduados en Arquitectura e Ingeniería es deficiente". Es importante que en Facultades, que en general, no poseen un control adecuado sobre las hipótesis previas al aprendizaje en un primer año de la carreras, se investigue en una etapa introductoria, como el alumno interpreta las situaciones del espacio, con especial énfasis en las relaciones entre configuraciones en tres dimensiones y sus representaciones en dos dimensiones. En respuesta a estos cuestionamientos en la Universidad Nacional de Rosario existen dos Proyectos Institucionalizados, una de cuyas investigaciones presentamos en este trabajo, sobre las “situaciones adidácticas” que surgen a partir de la interacción entre: "conocimiento geométrico", " alumno" " docente" "medio" computacional.

Palabras clave: Herramientas CAS, Superficies Regladas, Situaciones "Adidácticas", Interacción entre pares de alumnos

1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEO DEL PROBLEMA

La Geometría como componente estructural tiene un papel fundamental en el tratamiento del espacio, sus relaciones, su representación y una importancia incuestionable tanto por sus aplicaciones prácticas en el diseño y graficación, como en cuanto a su rol formador de un pensamiento lógico deductivo.

Especialmente cabe destacar la relevancia en el desarrollo tecnológico, del estudio y conocimiento de las superficies geométricas como modelos y constituyentes del diseño, a escala industrial y artística Una variedad de estudios y nuestra experiencia directa, revelan que el conocimiento de la Geometría demostrado no solo por los estudiantes sino "incluso por profesionales graduados en Arquitectura e Ingeniería es deficiente". [20].

En el primer año de dichas carreras se han presentado históricamente dificultades por carencias o deficiencias de formación , situación que se ha agravado en Argentina en los últimos años y se revela en reiterados fracasos, altos índices de deserción en las asignaturas básicas que requieren de un manejo fluido de las herramientas geométricas[4]

Algunos de los obstáculos para el aprendizaje detectados son:

- Deficiencia de saberes anteriores, y escaso conocimiento de la geometría euclideana elemental.
- Dificultades de utilización del lenguaje gráfico y simbólico y en consecuencia imposibilidad de utilización frente a un problema del recurso de movilidad entre los registros verbales, numéricos, simbólicos y gráficos que facilitaría su análisis.
- Dificultad para visualizar en el plano y en el espacio ordinario las propiedades de los vectores.(por ejemplo, cómo incide, en un vector geométrico, el producto por un escalar según sea el signo del mismo o su valor absoluto en relación a la unidad).
- Dificultades en la partición del espacio en octantes
- Dificultades en el manejo bidireccional de la relación entre R2 y R3, y entre el plano y espacio ordinarios.
- Carencias en el conocimiento y manejo de los sistemas de proyecciones
- Dificultades en la comprensión y construcción de un lugar geométrico dado por una propiedad y recíprocamente en el reconocimiento del lugar geométrico ya construido [4]

Por ejemplo, pese a la importancia del estudio de la Superficies Geométricas como uno de las herramientas más potentes para la modelización en Matemáticas Aplicadas[10] es, no obstante, uno de los temas donde la pobreza del rendimiento académico y la naturaleza de los obstáculos del aprendizaje desconciertan a algunos docentes que no puede entender el porqué de las dificultades del tema: ¿Cómo es que los alumnos no "ven", no comprenden por ejemplo la generación de una superficie cilíndrica o cónica cuando la curva directriz no es una circunferencia? ¿ o de revolución cuando las generatrices no son rectas ? Cuándo seccionan, en otro ejemplo un hiperboloides de una hoja con planos que se alejan del eje de simetría, cómo hacerles comprender, en forma significativa (no solo por el análisis algebraico de los coeficientes de las curvas solución de un de sistema de ecuaciones) que las hipérbolas en un determinado punto trastocan sus ejes real e imaginario? ¿Cómo lograr que visualicen esta superficie como superficie reglada?[13]. En respuesta a estos cuestionamientos en la Universidad Nacional de Rosario existen dos Proyectos Institucionalizados: "La Ingeniería Didáctica en el diseño y seguimiento de unidades curriculares " y "La enseñanza de la Matemática con herramientas computacionales" donde la investigación se centra en las observaciones de las situaciones adidácticas que surgen a partir de la interacción entre :"conocimiento", "alumno" y " docente" en un "medio" computacional.[8]

Estas investigaciones, pretenden verificar la viabilidad, desde el punto de vista didáctico y matemático, de un proceso de estudio integrado de Geometría Descriptiva y Geometría Analítica que considere la complementariedad del pensamiento analítico con el visual, en la mayoría de los contenidos de dichas asignaturas tratando de favorecer el estudio, como proceso integrador de estas disciplinas y mejorar la calidad del logro de los aprendizajes, en estudiantes de Primer Año de las Carreras de Ingeniería. Comprender asimismo como objeto matemático, la dimensión práctica y modelizadora de esta disciplina y lograr así desarrollar capacidades de tipo cognitiva, metacognitiva y de formación personal – afectiva necesarias para una formación profesional de calidad.

2. LA EPISTEMOLOGÍA COMO MARCO TEÓRICO ESENCIAL

Muchos cursos de Ingeniería y Arquitectura, parecen concentrarse en el contenido ya manufacturado del conocimiento, poniendo el énfasis en reproducir ciertas construcciones o teoremas y aplicarlos en situaciones controladas. Esto oculta los aspectos creativos y de resolución de los problemas del tema. ¿Debería, quizás, darse más énfasis a la forma en que los matemáticos han pensado y creado este concepto abstracto de superficie ? ¿Cómo ha surgido la teorización actual tanto en la Geometría Sintética como en la Analítica o la Diferencial?

La naturaleza del problema didáctico y la necesidad de orientar las investigaciones en el tema, nos llevan al terreno de la epistemología en un análisis de la génesis de la concepción de superficie realizada por algunos geómetras. Desde una perspectiva epistemológica nos interesa profundizar la naturaleza del conocimiento geométrico identificando su génesis , estructura y modificaciones en el contexto social y cultural en el que se desarrolla y que incluso nos lleva a la consideración , en el momento actual, del "medio informático ".

Citaremos a dos prestigiosos geómetras italianos: Alejandro Terracini y Federico Enriques. Nos dice Enriques [11] que la reconstitución histórica de la ciencia ha evidenciado que la Geometría, antes de alcanzar el grado racional, atravesó un grado empírico, en que las adquisiciones eran fruto de observaciones y experiencias.

Nuestra representación intuitiva del espacio surge primero de los conceptos particulares y sube por abstracciones sucesivas a los conceptos más generales. Aun cuando la Lógica pueda ayudar al proceso de abstracción constructivo de los conceptos, no puede por sí sola sustituir a las asociaciones, psicológicas que constituyen este mismo proceso. Si no quiere una abstracción ilusoria, se necesita educar la, capacidad representativa de lo abstracto recurriendo también a medios experimentales. En especial el oficio del análisis lógico en este proceso es distinguir los actos de intuición, y ayudar para abstracciones sucesivas; así se prosigue el desarrollo de la intuición geométrica que alcanza a espacios intuitivos superiores diversamente interesantes. La idea que comúnmente nos formamos de la "línea y de la superficie" obtenida por abstracción de pocos casos particulares es mucho menos general que la adoptada por el geómetra. El conocimiento de la superficie de puntos hiperbólicos y de las unilaterales extiende el concepto común de la superficie permitiendo abarcar con la intuición mayor número de casos. Con el progreso de esa intuición se puede llevar a considerar otras situaciones y a avanzar en el conocimiento geométrico. Deberían pues estimularse los tipos de experiencia que la favorecen. El resultado de las observaciones y de las experiencias autoriza, por tanto, prácticamente la Geometría que procede de la intuición; pero teóricamente queda siempre la duda sobre el resultado de experiencias más precisas, y esta duda, es motor de los procesos de demostración. En coincidencia con esa posición epistemológica dice Terracini [18] que desde épocas remotas la Geometría está bajo el influjo de dos fuerzas , ambas poderosas. Por una parte las necesidades creadas por las aplicaciones; por otra parte la libertad del espíritu humano, que puede crear por si mismo arbitrariamente el objeto de estudio matemático. Las fuerzas exteriores suministran los primeros puntos de partida y los interiores tienen que someterlos a una elaboración que los lleva a desarrollar una teoría general y abstracta. Al examinar la formación de los primeros conceptos relativos a la teoría de superficies se ve que originariamente las superficies solo eran concebidas como contenedores de cuerpos sólidos. Aún Euler hace referencia a la "superficiebus corporum". La desvinculación del soporte material recién la hace Gauss en su obra fundamental "Disquisitiones generales circa superficies curvas" en la que concibe a las superficies no como limite de un sólido sino como un sólido una de cuyas dimensiones se considera desvanecida. Nos remarca Terracini, con signos de admiración que pasó casi un siglo entre la obtención de la ecuación de una curva plana y la ecuación de una superficie en el espacio... ¿Cómo extrañamos de la dificultades de los alumnos al construir un concepto que a los matemáticos les llevó siglos?

Van Hiele propone un modo en que se estructura el aprendizaje de la Geometría, coincidente con el conocimiento geométrico que se construye por las abstracciones sucesivas, que hemos mencionado en el pensamiento de Enriques . El trabajo de Van Hiele presenta un modelo de estratificación, en una serie de niveles de conocimiento, que permiten categorizar los distintos grados de representación del espacio, en niveles. Este modelo de estratificación del conocimiento ha sido validado por psicólogos soviéticos. Las investigaciones de Van Hiele y de los psicólogos soviéticos han demostrado que el paso de un nivel a otro es independiente de la edad, muchos adultos se encuentran en un nivel 0.

Lo importante de estos análisis es que existe coincidencia en cuanto a que: ‘Un profesor a través de los contenidos y los métodos de enseñanza puede provocar" el paso de un nivel a otro.[1]

Más recientes y referidos al ámbito del alumno de primer año de la universidad, los trabajos de diagnóstico y desarrollo de las capacidades de visualización de Velazco y Kawano[10], realizados con estudiantes de Dibujo Técnico de la escuela Politécnica de San Pablo corroboran esta hipótesisn el conocimiento del espacio geométrico hay que distinguir dos modos de comprensión y expresión : el que se realiza de forma directa, que corresponde a la intuición geométrica, de naturaleza visual y el que se realiza en forma reflexiva , es decir lógica , de naturaleza verbal. Ambos modos de conocimiento geométrico pueden considerarse como fase del pensamiento . Esta distinción entre ellos es muy útil para sentar las bases de la enseñanza de la Geometría [1], [2]

3. LAS PROPUESTAS DE INVESTIGACIÓN

El soporte teórico de los proyectos mencionados en la Introducción , en lo didáctico, se funda en la "Teoría de las situaciones didácticas de Brousseau"[8] y específicamente en el computador como herramienta cognitiva y generador de situaciones adidácticas. Se llama "situación adidáctica" a la situación matemática específica del conocimiento concreto que por sí misma, sin apelar a razones didácticas y en ausencia de toda indicación intencional, permite o provoca un cambio de estrategia en la que el alumno pasa a ser el gestor del conocimiento. La situación didáctica comprende una serie de intervenciones del profesor destinadas a hacer funcionar la "situaciones adidácticas" y los aprendizajes que ellas provocan.

El posicionamiento epistemológico, presta soporte teórico a los supuestos introductorios, sobre como equilibrar con la ayuda del computador las situaciones que llevan a la intuición (que, generalmente, han sido desvalorizadas), las situaciones que llevan a la formulación de conjeturas y las situaciones que llevan a la justificación.

El soporte epistemológico integra también, especialmente, la posición de Polya[16], esencial para la construcción del conocimiento geométrico al afirmar que: "Las matemáticas son consideradas como una ciencia demostrativa, éste es sólo uno de sus aspectos. La obra matemática se nos presenta, una vez terminada, como puramente demostrativa, consistente en pruebas solamente. No obstante, esta ciencia se asemeja en su desarrollo al de cualquier" otro conocimiento humano. Hay que intuir un teorema, antes- de probarlo, así como la idea de la prueba antes de llevar a cabo los detalles. Hay que combinar observaciones, seguir analogías y probar una y otra vez (situaciones de acción). El resultado de la labor demostrativa del matemático, es el razonamiento demostrativo (situaciones de validación), la prueba, pero ésta a su vez, es construida mediante el razonamiento plausible, mediante la intuición (expresada en situaciones de formulación). Si el aprendizaje de las matemáticas refleja en algún grado la invención de es-ta ciencia, debe haber en él un lugar para la intuición, para la inferencia plausible".

Se parte del supuesto de que la utilización del computador como herramienta cognitiva, en el sentido de Jonanssen [15], favorece la aparición de situaciones de acción, formulación y validación (incluso de institucionalización). Propiamente los imprevistos de la pantalla actúan como disparadores En el caso de la adquisición del concepto de superficie, facilitaría, las abstracciones sucesivas que permiten el desarrollo de la intuición geométrica, que lleva por ejemplo a transitar de la "situación fundamental" de construcción del conocimiento de planos-, esferas, conos, cilindros y otras- superficies- análogas con puntos elípticos o parabólicos, a la "situación" (no fácilmente imaginable) de representación de una superficie con puntos hiperbólicos, atravesada en cada punto por un piano tangente y la demostración analítica de este caso no podría mirarse más que como la anticipación de la construcción del hiperboloíde reglado[11].

Específicamente en el tema superficies, la investigación que presentamos, busca dar respuesta a distintos interrogantes que se abren en un abanico de temas susceptibles de estudio.¿Hay que demostrarlo todo? ¿Tiene sentido una Geometría sin demostraciones'? ¿La demostración depende del nivel o la edad? ¿Convencer es demostrar? ¿Constituye la Geometría el mejor apartado para ejemplificar las demostraciones matemáticas en clase? ¿Hasta que punto una propiedad de una figura geométrica que resista todas las posibilidades de deformación visualizables en la pantalla del computador , nos exime de la necesidad de demostración de dicha propiedad?

¿Qué medios didácticos utilizar para facilitar la abstracción que significa el conocimiento de las propiedades de las superficies? ¿Hasta qué punto la ventaja de inmediata visualización en un determinado dominio, facilita la comprensión sobre la generación de una superficie o sobre la relación que guarda con os parámetros de la ecuación que la representa algebraicamente?. ¿Los distintos tipos de software que se usa para el trazado de curvas o la representación tridimensional favorecen el proceso de conceptualización y sistematización del conocimiento geométrico? ¿Cómo hacer que se establezcan sistemáticamente lazos entre la teoría general abstracta y su contrapartida intuitiva y visual de tal manera que las herramientas informáticas sirvan para un conocimiento significativo de la Geometría?

¿Cómo introducir y aprovechar la herramienta computacional sin perder el rol fundamentalmente formativo del pensamiento de la Geometría? ¿El alumno, inventa superficies? ¿las analiza? ¿El ambiente computacional, estimula la investigación del alumno? ¿lo interesa? ¿hace significativo el aprendizaje del tema? ¿ó solo actúa como un observador pasivo?. Conocida la posibilidad de rotación o traslación o de variación del dominio ¿Cómo la utiliza el alumno? ¿trata de optimizar la visualización ? ¿juega con secciones con distintos planos? ¿explora? ¿induce propiedades? ¿trata de demostrarlas? ¿O debe proponérselo el docente? ¿"inventa" superficies de interés?

En cuanto a la socialización en la relación alumno-docente-compañero en el uso de la computadora: la distribución de dos alumnos por computadora respecto a uno solo por máquina ¿hace mas lento el aprendizaje o lo agiliza en cuanto a una rápida sucesión de mutuas iniciativas por uno u otro'? ¿cómo organiza el docente cada clase? ¿es posible hacerlo? ¿qué actividades diseña y propone? ¿qué tiempo deja para el libre juego de la relación dialógica entre el estudiante que explora y la computadora que responde?

A continuación adjuntamos una secuencia a de diálogos extraídos de un trabajo en el que se realiza el análisis de 16 horas de grabación e impresiones de las pantallas correspondientes , realizadas en cursos introductorios con ingresantes a la Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería de la Universidad Nacional de Rosario. La investigación desarrolla una Ingeniería Didáctica [9] diseñada alrededor del concepto de cónicas y superficies[3].

El objetivo general fue observar registrar y tratar de reproducir situaciones de aprendizaje en las concepciones propias del marco correspondiente a la teoría de la Ingeniería Didáctica, fundamentada en los trabajos de Brousseau . Para ello se procedió al análisis y la ubicación categórica de las situaciones adidácticas que surgen del trabajo de los alumnos frente al computador.

La espontaneidad de los diálogos y la ingenuidad o desconocimiento que revelan, es típica de muchos de los alumnos ingresante y si bien en los que permanecen en el sistema son prontamente superadas, estos diálogos materializan algunas de las dificultades que hemos mencionado.

La herramienta utilizada fue MAPLE V (R5).,herramienta CAS (Computer Algebraic System) como proyecto del Symbolic Computation Group de la Universidad de Waterloo (Ontario, Canadá), con soporte del National Sciences and Engineering Research Council of Canada. Se caracteriza por poseer una sintaxis similar al lenguaje matemático.

4. PROPUESTA DE ACTIVIDADES RELATIVAS Al PARABOLOIDE HIPERBÓLICO.

Esta superficie conocida como "silla de montar", debido a su forma, es la más difícil de visualizar cuando no es posible usar la computadora. La elección del tema se fundamenta en el interés que en el ciclo profesional de la Ingeniería Civil tiene el estudio de los cascarones con forma de paraboloide hiperbólico ,como superficie reglada .Esta propiedad la hace adecuada para su ejecución en madera. Además las cubiertas de concreto reforzado con esa forma ofrecen muchas posibilidades desde el punto de vista práctico y estético , y pueden obtenerse con facilidad mediante cortes y uniones de figuras mediante cortes y uniones de figuras más diversas

Consideremos el ejemplo:

$$\frac{Y^2}{4} - \frac{X^2}{9} = Z$$

Analiza intersecciones y proyecciones. Efectúa rotaciones cambiando los datos del comienzo.

Veamos que resulta al efectuar la intersección con el plano Z = 0.5

¿De qué curva se trata? ¿Qué ocurre si nos alejamos del origen de coordenadas, en sentido positivo y negativo' ?. Si ahora interceptas con planos paralelos a los planos XZ e YZ, ¿qué obtienes?

Proyecta sobre el plano XY y describe lo que visualizas.

5. DIÁLOGOS ENTRE DOS ALUMNOS Y UNO DE LOS PROFESORES QUE INTERVIENEN

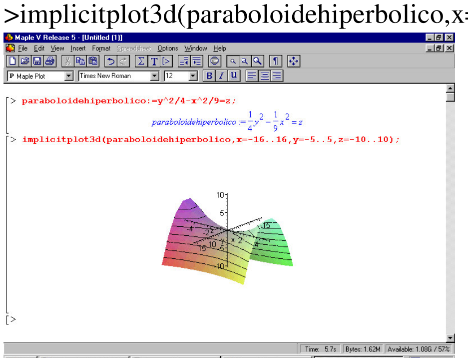
Ingresan al aula. A_1 y A_2 con el profesor P a cargo de la clase práctica. Se sientan frente a la misma computadora, que utilizaron en las clases anteriores, y comienzan a resolver la guía del Laboratorio.

Al ingresar los comandos los alumnos proponen tentativamente, en base a su experiencia con otras superficies, intervalos para cada variable que les permitan obtener una graficación en la pantalla..

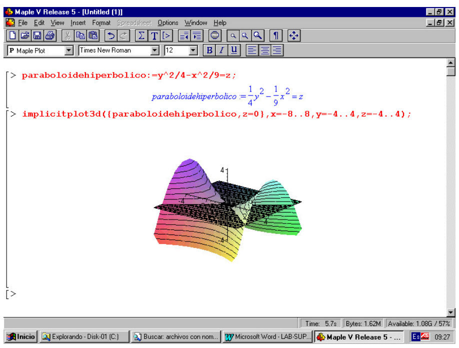
>paraboloidehiperbolico:= y^2/4-x^2/9=z;

$A_{2:}$ Las variaciones tirámelas en "16" para "x", "y" en "4", y "z" en "10".

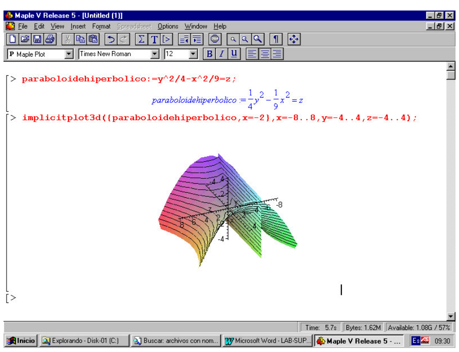
>implicitplot3d(paraboloidehiperbolico,x=-6..6,y=-5..5,z=-10.. l0);



.**A$_2$** *comienza a manipular la imagen utilizando todas las funciones del paquete "3d".*
A$_1$: ¡Ponele los ejes!
A$_2$: ¿Por qué "hiperbólico"?
A$_1$: Porque así tenés una hipérbola y así tenés una parábola. Si vos lo cortás así, tenés todas parábolas; y si lo cortás así, tenés todas hipérbolas.
A$_2$: No, si lo corto así, tengo todas rectas.
A$_1$: Vamos a hacer los planos.
A$_2$: ¿Con qué planos?
A$_1$: Con cualquiera.
A2: Esto es conocido como "silla de montar". ¿Viste? "Debido a su forma..." (*Comienza a leer la guía.*)
A$_1$: Mirá, acá se ve: si lo cortás, tenés todas parábolas. Si lo cortás por abajo, te dan todas...
A$_2$: No. Pongamos "implicitplot3d".
A$_1$: ¿"hiperboloide parabólico"?
A$_2$: ¡"paraboloide hiperbólico"! A "z" ponele "0,5". "x" varía entre " -8" y "8"; "y" varía entre "-4" y "4"; y "z" varía entre " -4" y "4".



>impliciplot3d({paraboloidehiperbólico, z=0,5},x=-8..8,y=-4..4,z=-4..4);
A$_1$: Viste, mira, ahí tenés la hipérbola. ¿Viste? Si la cortás así... A ver, pone los ejes.
A$_2$: Hagamos "z=0"
>implicitplot3d({paraboloidehiperbólico, z=0},x=-8..8,y=-4..4,z=-4..4);
Gráfica.
A$_2$: Hipérbola. Ahora vamos a poner "x=-2".
A$_1$: Te va a dar una hipérbola al revés.
A$_2$: Quiero verla.

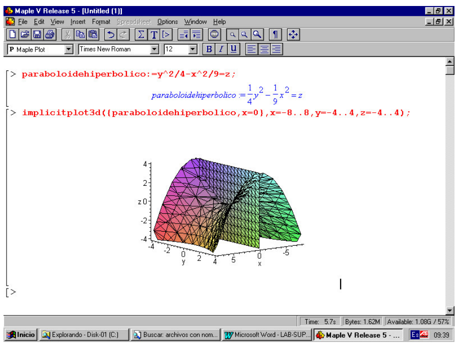


>implicitplot3d({paraboloidehiperbólico, x=-2},x=-8..8,y=-4..4,z=-4..4);

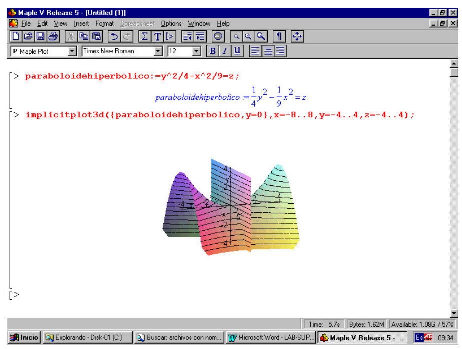
Los Alumnos que se hallan trabajando en la computadora situada a la izquierda de A_1 y A_2 llaman a P:
A$_5$: Sin querer puse "1/z" y quedó este d e-sastre.
P: ¿Por qué no investigan? ¡Qué bien que se ve! Tenés paraboloides...
A_1 y A_2 miran con curiosidad la gráfica de A_5.
A$_2$: ¿Qué es eso?
A$_5$: No sé, me equivoqué, puse "1/z" y mirá lo que quedó. (*Comienza a "experimentar" con la figura: varía las vistas, ingresa la función de animación, etc.*)

LUGAR DE ERROR, FUENTE DE NUEVOS INTERROGANTES Y DE EXPLORACIÓN - SITUACIÓN **ADIDÁCTICA DE ACCIÓN**

P: Es que tenés lindas combinaciones ahí para investigar.
A_2: Mientras no te pase en el parcial... (*Se dirige a A_1.*) ¿Ahora cómo lo cortamos? ¿Si lo dividimos así?
A_1: Te va a dar "parábola".
A_2: No, lo corto así y así.
A_1: Así, te da "parábola".
A_2: Vamos con "x=0".
>implicitplot3d({paraboloidehiperbólico,x=0},x=-8..8,y=-4..4,z=-4..4);



A_1: Parábola.
A_2: Muy bien.
A_1: Y ahora faltaría con "y".
A_2: Poné "y=0".
>implicitplot3d({paraboloidehiperbólico, y=0},x=-8..8,y=-4..4,z=-4..4);



A_2: Parábola, también, ¿no?
A_1: Ahá. Linda, ¿eh?
Manipulan la gráfica.
A_2: ¿Qué dice que hay que hacer ahora? No, hemos finalizado. (*Guarda la guía entre sus apuntes*.)

SITUACIÓN ADIDÁCTICA DE ACCIÓN Y FORMULACIÓN.

Ambos Alumnos continúan trabajando, por su cuenta, sobre la última gráfica, logrando intersectar tres planos al mismo tiempo (en base a la idea que habían comentado con P3). Intentan agregarle animación a la figura pero en la pantalla aparece "error". Luego de varios intentos, se dedican a completar unos cuestionarios suministrados por la cátedra.

6. INTERPRETACIÓN

Estos diálogos, son solo una parte de observaciones que, en su conjunto total, nos muestran que, con respecto al modo de apropiación de los contenidos por parte de los alumnos, es posible distinguir, a los fines del análisis, tres momentos estrechamente vinculados entre si:

Primer momento: la curiosidad que suscita el uso de la PC, el impacto visual que provocan las imágenes del programa actúan, en principio, como fuente de motivación. En este momento predominan las situaciones "adidácticas de acción", donde los alu mnos interactúan con la computadora, y mediante un modelo teórico implícito traducido en el uso de nociones protomatemáticas proceden a la resolución del problema.

Segundo momento: tiene lugar a partir del diálogo, la discusión y el intercambio de información entre ambos alumnos, con intervenciones ocasionales de las docentes y de compañeros de otros grupos. Predominan las situaciones "adidácticas de formul ación" Tercer momento: pueden encontrarse, incluso en algunos diálogos, "situaciones ad i-dácticas de validación".

8. CONCLUSIÓN

Las observaciones realizadas muestran que el trabajo con herramientas computacionales en el "Taller de prácticas" facilita el rec orrido de las fases del aprendizaje que propone Van Hiele, ya mencionadas.

En el trabajo de aulas se verifican también las etapas que respecto del desarrollo de la percepción espacial señala Pallascio [21]:

Todo esto apuntala nuestro supuesto inicial en cuanto a que la influencia del método de enseñanza en la formación de un pensamiento geométrico visual y un pensamiento formal, debería ser valorizada especialmente en los primeros años de la universidad, como una superación del paradigma de la clase expositiva tradicional.

9. BIBLIOGRAFÍA

[l]Alsina Catalá, C., Fortuny, J. Y Burgués, C. ll 987) Invitación a la Didáctica de la Geometría. Ed. Síntesis: Madrid. .

[2] Alsina Catalá, C.y otros.; "¿Por qué Geometría?". Madrid (España): Editorial Síntesis, 1997.

[3]Anido, M ; Có, P ;del Sastre,M ; Medina,]. Panella. E " Una ingeniería didáctica diseñada alrededor del concepto de cónicas y superficies".Actas EMCI 2000

[4]Anido De López, M., Co, P. Y Guzman= M. ll 999) "La Enseñanza de la Geometría en el Nivel Universitario con Heiramienta Maple". Revista IRICE

[5] Anido, M.; Rubio Scola, H.; "Un Ejemplo de Aprendizaje en el Sentido de Polya". México D.F (México): Relime, Vol. 3, 1999.

[6]Anido de López M.; Rubio Scola H. "Un programa sobre el uso de herramientas CAS". Revista Lecturas Matemáticas (Vol. 21, N° 1). Editada por la Sociedad Colombiana de Matemática Año 2000 Con Referato

[7]Anido de López M.; López R., Rubio Scola H (2001) "Una ingeniería didáctica construida alrededor de las familias de supercónicas como sistema genérico organizacional" XIV Congreso Intemacional de Ingeniería ' Gráfica. Santander. España

[8Brousseau, G. (1987) "Fondements et méthodes de la dídactique". Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 7.2. La Pensée Sauvage: Grenoble. 34-116.

[9]Chevallard, Y., Bosch, M. Y Gascón, J. ll 997) "Estudiar Matemática". Edit. ICE-Horsori: Barcelona. 213-225; 277-290.

[10]Diaz Velasco ,A; Kawano A. V:GRAF & TEC N°9 1° semestre 2001

[11] Enriques, F.; Amaldi, V.; Guarducci, A.; Vitali, G.; Vailati, G.; "Fundamentos de la Geometría". Buenos Aires (Argentina): Ed. Iberoamericana, pp 15-55, 1948.

[12] Gasson, P. C; "Geometry of spatial forms. Analysis, Synthesis. Concept Formulation and Space Vision for CAD". New York (USA): Ellis Horwood Series Mathematics and its applications. John Willwey & Sons, 1983.

[13] Guzmán, M. de; "El Rincón de la Pizarra". Madrid (Esp aña): Ediciones Pirámide, 1996.

[14] Jonassen, D.H. ; "Computers as in Cogniteve Tools: Leaming with Tecnology. Not from Technology". J Journal of Computing in Hhiger Education 6 (2). 40-73, 1995
[15]López, Robertoi Anido, Mercedes A.; .Un ejemplo de ampliación de los contenidos curriculares . La Supersuperficie de Boi.(2003) -XIV Congreso Internacional de Ingeniería Salemo.
[16]López, Roberto; Anido, Mercedes A.; Rubio Scola, Hector E "Supercuádricas y Supertoros "(2001). -XIII Congreso Intemacional de Ingeniería Gráfica. Badajoz -España.
[17]]Polya, G. (1981) "Matemática y Razonamiento Plausible". Ed. Tecnos: Madrid.
[18]Terracinl A. Publicaciones del Instituto de Matemática Facultad de Ciencias Matemáticas e Ingeniería VOL. III.1941
[19] Villani, V.; "Perpespectives on the Teaching of Geometry for the 21ST Century". ICMI Study, Sevilla, España, 1995
[20]Vanzin,T.;Rivas Ubricht," GRAF & TEC "N°9 1° semestre 2001
[21]Pallascio,R. (1986)Habilidades de la percepción espacial en un contexto informatizado .Universidad de Montreal